



2019 全国硕士研究生考试数学三真题

一、选择题: 1~8 小题, 每小题 4 分, 共 32 分, 下列每题给出的四个选项中, 只有一个选项是符合题目要求的。

1. 当 $x \rightarrow 0$ 时, 若 $x - \tan x$ 与 x^k 是同阶无穷小, 则 $k =$

- A. 1.
C. 3.
- B. 2.
D. 4.

2. 已知方程 $x^5 - 5x + k = 0$ 有 3 个不同的实根, 则 k 的取值范围

- A. $-\infty, -4$ B. $4, +\infty$
C. $-4, 4$ D. $-4, 4$

3. 已知微分方程 $y'' + ay' + by = ce^x$ 的通解为 $y = C_1 + C_2 x e^{-x} + e^x$, 则 a, b, c 依次为

- A. 1, 0, 1
B. 1, 0, 2
C. 2, 1, 3
D. 2, 1, 4

4. 若 $\sum_{n=1}^{\infty} nu_n$ 绝对收敛, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{v_n}{n}$ 条件收敛, 则 ()

- A. $\sum_{n=1}^{\infty} u_n v_n$ 条件收敛

- B. $\sum_{n=1}^{\infty} u_n v_n$ 绝对收敛

- C. $\sum_{n=1}^{\infty} u_n + v_n$ 收敛

- D. $\sum_{n=1}^{\infty} u_n + v_n$ 发散

5. 设 A 是四阶矩阵, A^* 是 A 的伴随矩阵, 若线性方程组 $Ax=0$ 的基础解系中只有 2 个向量, 则 A^* 的秩是 ()

- A. 0
B. 1
C. 2
D. 3

6. 设 A 是 3 阶单位矩阵, E 是 3 阶单位矩阵, 若 $A^2 + A = 2E$ 且 $|A| = 4$, 则二次型 $X^T A X$ 的规范形为 ()

- A. $y_1^2 + y_2^2 + y_3^2$

- B. $y_1^2 + y_2^2 - y_3^2$

- C. $y_1^2 - y_2^2 - y_3^2$

- D. $-y_1^2 - y_2^2 - y_3^2$

7. 设 A, B 为随机事件, 则 $P(A) = P(B)$ 充分必要条件是

- A. $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.
 B. $P(AB) = P(A)P(B)$.
 C. $P(A\bar{B}) = P(B\bar{A})$.

D. $P(AB) = P(\overline{AB})$.

8. 设随机变量 X 和 Y 相互独立, 且都服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, 则 $P\{|X-Y| < 1\}$

A. 与 μ 无关, 而与 σ^2 有关.

B. 与 μ 有关, 而与 σ^2 无关.

C. 与 μ , σ^2 都有关.

D. 与 μ , σ^2 都无关.

二、填空题: 9~14 小题, 每小题 4 分, 共 24 分.

9. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \cdots + \frac{1}{n(n+1)} \right)^n = \underline{\hspace{2cm}}.$

10. 曲线 $y = x \sin x + 2 \cos x$ $\left(-\frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2} \right)$ 的拐点坐标为 $\underline{\hspace{2cm}}.$

11. 已知 $f(x) = \int_1^x \sqrt{1+t^4} dt$, 则 $\int_0^1 x^2 f(x) dx = \underline{\hspace{2cm}}.$

12. A 、 B 两商品的价格分别为 P_A 、 P_B , 需求函数 $Q_A = 500 - P_A^2 - P_A P_B + 2P_B^2$, $P_A = 10$, $P_B = 20$, 求 A 商品对自身价格的需求弹性 $\eta_{AA} = \underline{\hspace{2cm}}$ $\eta > 0$

13. $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & a^2 - 1 \end{bmatrix}$, $b = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ a \end{bmatrix}$, $AX = b$ 有无穷多解, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}.$

14. X 为连续型随机变量, 概率密度为 $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2}, & 0 < x < 2 \\ 0, & \text{else} \end{cases}$. $F(x)$ 为 X 的分布函数, EX 为 X 的期望, 则

$P\{F(X) > EX - 1\} = \underline{\hspace{2cm}}.$

三、解答题: 15~23 小题, 共 94 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

15. 已知 $f(x) = \begin{cases} x^{2x}, & x > 0 \\ xe^x + 1, & x \leq 0 \end{cases}$ 求 $f'(x)$, 并求 $f(x)$ 的极值.

16. 已知 $f(u, v)$ 具有 2 阶连续偏导数, 且 $g(x, y) = xy - f(x+y, x-y)$

求 $\frac{\partial^2 g}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 g}{\partial y^2}$

17. 已知 $y(x)$ 满足微分方程 $y' - xy = \frac{1}{2\sqrt{x}} e^{\frac{x}{2}}$ 满足 $y(0) = \sqrt{e}$

(1) 求 $y(x)$;

(2) $D = \{(x, y) | 1 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq y(x)\}$ 求平面区域 D 绕 x 轴旋转成的旋转本体积

18. 求曲线 $y = e^{-x} \sin x (x \geq 0)$ 与 x 轴之间图面积.

19. 设 $a_n = \int_0^1 x^n \sqrt{1-x^2} dx (n=0,1,2,\dots)$.

(1) 证明 $\{a_n\}$ 单调减少, 且 $a_n = \frac{n-1}{n+2} a_{n-2} (n=2,3,\dots)$;

(2) 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{a_{n-1}}$.

20. 已知向量组 (I) $\alpha_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix}, \alpha_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 4 \end{bmatrix}, \alpha_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ a^2+3 \end{bmatrix}$,

(II) $\beta_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ a+3 \end{bmatrix}, \beta_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 1-a \end{bmatrix}, \beta_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ a^2+3 \end{bmatrix}$, 若向量组 (I) 和向量组 (II) 等价, 求 a 的取值, 并将

β 用 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性表示.

21. 已知矩阵 $A = \begin{bmatrix} -2 & -2 & 1 \\ 2 & x & -2 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$ 与 $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & y \end{bmatrix}$ 相似,

(I) 求 x, y ;

(II) 求可逆矩阵 P 使得 $P^{-1}AP=B$

22. 设随机变量 X 与 Y 相互独立, X 服从参数为 1 的指数分布, Y 的概率分布为 $P\{Y=-1\}=p, P\{Y=1\}=1-p$. 令 $Z=XY$.

(1) 求 Z 的概率密度;

(2) p 为何值时, X 与 Z 不相关;

(3) X 与 Z 是否相互独立?

23. (本题满分 11 分)

设总体 X 的概率密度为 $f(x; \sigma^2) = \begin{cases} \frac{A}{\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, & x \geq \mu, \\ 0, & x < \mu, \end{cases}$ μ 是已知参数, $\sigma > 0$ 是未知参数, A 是常数.

X_1, X_2, \dots, X_n 是来自总体 X 简单随机样本.

(1) 求 A ;

(2) 求 σ^2 的最大似然估计量.

路灯在职研究生招生信息网涵盖在职研究生报考的各个环节, 是集咨询、分析、报考、互动等多平台于一身的综合性在职研门户网站。

- 同等学力
- 专业硕士
- 国际硕士
- 中外合办
- 在职博士
- 国际博士
- 高级研修
- 高端培训

扫一扫, 关注路灯在职研究生官方微信, 及时获取招生资讯、报考常见问题、备考经验分享等信息! 还有免费的人工在线答疑服务!



路灯在职研究生 QQ 交流群: **QQ 545326978** 全国统一报名咨询电话: **40000-52125**

更多专业硕士免费备考资料下载, 历年真题, 考试大纲, 大纲解析, 复习指导等, 应有尽有!

思想政治理论: <https://www.125yan.com/zyss/zhenti/?zy=148>

英语一: <https://www.125yan.com/zyss/zhenti/?zy=138>

数学二: <https://www.125yan.com/zyss/zhenti/?zy=132>

西医综合: <https://www.125yan.com/zyss/zhenti/?zy=376>

