

2019 年全国硕士研究生考试数学一真题

一、选择题: 1~8 小题, 每小题 4 分, 共 32 分。下列每题给出的四个选项中, 只有一个选项是符合题目要求的。

1. 当 $x \rightarrow 0$, 若 $x = \tan x$ 与 x^k 是同阶无穷小, 则 $k =$

- A. 1.
- B. 2.
- C. 3.
- D. 4.

2. 设函数 $f(x) = \begin{cases} x|x|, & x < 0, \\ x \ln x, & x > 0, \end{cases}$ 则 $x=0$ 是 $f(x)$ 的

- A. 可导点, 极值点.
- B. 不可导点, 极值点.
- C. 可导点, 非极值点.
- D. 不可导点, 非极值点.

3. 设 $\{u_n\}$ 是单调增加的有界数列, 则下列级数中收敛的是

- A. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{u_n}{n}$.
- B. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{u_n}$.
- C. $\sum_{n=1}^{\infty} (1 - \frac{u_n}{u_{n+1}})$.
- D. $\sum_{n=1}^{\infty} (u_{n+1}^2 - u_n^2)$.

4. 设函数 $Q(x, y) = \frac{x}{y^3}$, 如果对上半平面 ($y > 0$) 内的任意有向光滑封闭曲线 C 都有

$\oint_C P(x, y) dx + Q(x, y) dy = 0$, 那么函数 $P(x, y)$ 可取为

- A. $y - \frac{x^2}{y^3}$.
- B. $\frac{1}{y} - \frac{x^2}{y^3}$.
- C. $\frac{1}{x} - \frac{1}{y}$.

D. $x - \frac{1}{y}$.

5. 设 A 是 3 阶实对称矩阵, E 是 3 阶单位矩阵. 若 $A^2 + A = 2E$, 且 $|A| = 4$, 则二次型 $x^T A x$ 的规范形为

A. $y_1^2 + y_2^2 + y_3^2$.

B. $y_1^2 + y_2^2 - y_3^2$.

C. $y_1^2 - y_2^2 - y_3^2$.

D. $-y_1^2 - y_2^2 - y_3^2$.

6. 如图所示, 有 3 张平面两两相交, 交线相互平行, 它们的方程

$$a_{i1}x + a_{i2}y + a_{i3}z = d_i (i=1, 2, 3)$$

组成的线性方程组的系数矩阵和增广矩阵分别记为 A, \bar{A} , 则

A. $r(A) = 2, r(\bar{A}) = 3$.

B. $r(A) = 2, r(\bar{A}) = 2$.

C. $r(A) = 1, r(\bar{A}) = 2$.

D. $r(A) = 1, r(\bar{A}) = 1$.

7. 设 A, B 为随机事件, 则 $P(A) = P(B)$ 的充分必要条件是

A. $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

B. $P(AB) = P(A)P(B)$.

C. $P(\bar{A}B) = P(B\bar{A})$.

D. $P(AB) = P(\bar{A}\bar{B})$.

8. 设随机变量 X 与 Y 相互独立, 且都要从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, 则 $P|X - Y| < 1$

A. 与 μ 无关, 而与 σ^2 有关

B. 与 μ 有关, 而与 σ^2 无关

C. 与 μ, σ^2 都有关

D. 与 μ, σ^2 都无关

二、填空题: 9~14 小题, 每小题 4 分, 共 24 分.

9. 设函数 $f(u)$ 可导, $z = f(\sin y - \sin x) + xy$, 则 $\frac{1}{\cos x} \cdot \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{1}{\cos y} \cdot \frac{\partial z}{\partial y} =$ _____.

10. 微分方程 $2yy' - y^2 - 2 = 0$ 满足条件 $y(0) = 1$ 的特解 $y =$ _____.

11. 幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n)!} x^n$ 在 $0, +\infty$ 内的和函数 $S(x) =$ _____.

12. 设 Σ 为曲面 $x^2 + y^2 + 4z^2 = 4 (z \geq 0)$ 的上侧, 则 $\iint_{\Sigma} \sqrt{4 - x^2 - 4z^2} dx dy =$ _____.

13. 设 $A = (a_1, a_2, a_3)$ 为 3 阶矩阵, 若 a_1, a_2 线性无关, 且 $a_3 = -a_1 + 2a_2$, 则线性方程组 $Ax = 0$ 的通解为 _____.

14. 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2}, & 0 < x < 2, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$ $F(X)$ 为 X 的分布函数, EX 为 X 的数学期望, 则

$P\{F(X) > EX - 1\} =$ _____.

三、解答题: 15~23 小题, 共 94 分。解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤。

解答题 (高等部分)

15. 设函数 $y(x)$ 是微分方程 $y' + xy = e^{-\frac{x^2}{2}}$ 满足条件 $y(0) = 0$ 的特解.

(1) 求 $y(x)$;

(2) 求曲线 $y = y(x)$ 的凹凸区间及拐点.

16. 设 a, b 为实数, 函数 $z = 2 + ax^2 + by^2$ 在点 $(3, 4)$ 处的方向导数中, 沿方向 $l = -3i - 4j$ 的方向导数最大, 最大值为 10.

(1) 求 a, b

(2) 求曲面 $z = 2 + ax^2 + by^2 (z \geq 0)$ 的面积.

17. 求曲线 $y = e^{-x} \sin x (x \geq 0)$ 与 x 轴之间图形的面积.

18. 设 $a_n = \int_0^1 x^n \sqrt{1-x^2} dx (n = 0, 1, 2, \dots)$

(1) 证明: 数列 $\{a_n\}$ 单调减少, 且 $a_n = \frac{n-1}{n+2} a_{n-2} (n = 2, 3, \dots)$

(2) 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{a_{n-1}}$

19. 设 Ω 是由锥面在 $x^2 + (y-z)^2 = (1-z)^2 (0 \leq z \leq 1)$ 与平面 $z=0$ 围成的锥体, 求 Ω 的形心坐标.

20. 设向量组 $x_1 = (1, 2, 1)^T$ $x_2 = (1, 3, 2)^T$ $x_3 = (1, a, 3)^T$ 为 \mathbb{R}^3 的一个基, $\beta = (1, 1, 1)^T$ 在基下的坐标 $(b, c, 1)^T$.

(1) 求 a, b, c

(2) 证明 $\alpha_2, \alpha_3, \beta$ 为 \mathbb{R}^3 的一个基. 并求 $\alpha_2, \alpha_3, \beta$ 到 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 的过渡矩阵.

21. 已知矩阵 $A = \begin{pmatrix} -2 & -2 & 1 \\ 2 & x & -2 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$ 与 $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & y \end{pmatrix}$ 相似.

(1) 求 x, y

(2) 求可逆矩阵 P , 使得 $PAP = B$

22. 设随机变量 X 与 Y 独立, X 服从参数为 1 的指数分布, Y 的概率分布为

$$P\{Y=-1\}=p, \quad P\{Y=1\}=1-p \quad (0 < p < 1), \quad \text{令 } Z=XY$$

- (1) 求 Z 的概率密度.
 - (2) p 为何值时, X 与 Y 不相关?
 - (3) X 与 Z 是否相互独立?
23. (本题满分 11 分)

$$\text{设总体 } X \text{ 的概率密度为 } f(x; \sigma^2) = \begin{cases} \frac{A}{\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, & x \geq \mu. \\ 0, & x < \mu. \end{cases}$$

其中 μ 是已知参数, $\sigma > 0$ 是未知参数, A 是常数, X_1, X_2, \dots, X_n 是来自总体 X 的简单随机样本.

- (1) 求 A ;
- (2) 求 σ^2 的最大似然估计量.

路灯在职研究生招生信息网涵盖在职研究生报考的各个环节,是集咨询、分析、报考、互动等多平台于一身的综合性在职研门户网站。

- [同等学力](#)
- [专业硕士](#)
- [国际硕士](#)
- [中外合办](#)
- [在职博士](#)
- [国际博士](#)
- [高级研修](#)
- [高端培训](#)

扫一扫,关注路灯在职研究生官方微信,及时获取招生资讯、报考常见问题、备考经验分享等信息!还有免费的人工在线答疑服务!



路灯在职研究生 QQ 交流群: **QQ 545326978** 全国统一报名咨询电话: **40000-52125**

更多专业硕士免费备考资料下载, 历年真题, 考试大纲, 大纲解析, 复习指导等, 应有尽有!

思想政治理论: <https://www.125yan.com/zyss/zhenti/?zy=148>

英语一: <https://www.125yan.com/zyss/zhenti/?zy=138>

数学二: <https://www.125yan.com/zyss/zhenti/?zy=132>

西医综合: <https://www.125yan.com/zyss/zhenti/?zy=376>

